

Специальность: Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта
Курс: 1, группа: ТМ 199-1
Дисциплина: Математика
ФИО преподавателя: Евстигнеева Е.А.

ХОД УРОКА

№ п/п	Этап занятия	Время, 1ч 30 мин	Прием и методы
1	Организационный этап	5-7	Онлайн через программу zoom
2	Проверка домашнего задания	10	Онлайн через программу zoom обсуждение типичных ошибок
3	Актуализация знания	5-10	Онлайн через программу zoom, демонстрация основных определений и формул
4	Изучение нового материала	35	Изучения материала, вопросы в Whatsapp в течении всего времени изучения темы, видео-ответы преподавателя на вопросы
5	Закрепление изученного материала	20	Решение задач, работаем совместно с группой, поиск решений группой, обсуждение
6	Подведение итогов, рефлексия	5-15	консультации через zoom или месенжеры
7	Домашнее задание		На закрепление пройденного материала

Тема: Неопределенный интеграл. Основные формулы интегрирования

Определение 1. Функция $F(x)$ называется *первообразной для функции $f(x)$* на заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка выполняется равенство $F'(x) = f(x)$.

Например, функция $F(x) = \frac{x^3}{3}$ есть первообразная для функции

$$f(x) = x^2, \text{ так как } F'(x) = \left(\frac{x^3}{3}\right)' = \frac{1}{3}(x^3)' = \frac{1}{3} \cdot 3x^2 = x^2 = f(x).$$

Легко проверить, что $\frac{x^3}{3} + 7$ имеет ту же самую производную x^2 . Ясно, что вместо числа 7 можно подставить любую постоянную. Таким образом, мы видим, что задача нахождения первообразной имеет бесконечно много решений.

Любая непрерывная функция $f(x)$ имеет бесконечное множество первообразных, которые отличаются друг от друга постоянным слагаемым.

Определение 2. Совокупность $F(x)+C$ всех первообразных для функции $f(x)$ называется *неопределенным интегралом* от этой функции и обозначается:

$$\int f(x)dx = F(x) + C, \quad \text{где } C = const.$$

Вспомним, дифференцирование – это процесс нахождения производных.

Интегрирование – это процесс нахождения первообразных.
Интегрирование – это обратное действие к дифференцированию.

Например,

$$\int 3x^3 dx = \frac{3x^4}{4} + c; \int 2x dx = x^2 + c$$

Таблица неопределенных интегралов

1. $\int 0 \cdot dx = C.$
2. $\int dx = x + C.$
3. $\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C \quad (k \neq -1, k - const).$

$$4. \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C.$$

$$5. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1).$$

$$6. \int e^x dx = e^x + C.$$

$$7. \int \sin x dx = -\cos x + C.$$

$$8. \int \cos x dx = \sin x + C.$$

$$9. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C.$$

$$10. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C.$$

Свойства интеграла:

$$1. \text{ Если } a - \text{ постоянная величина, то } \int a \cdot f(x) dx = a \int f(x) dx.$$

$$2. \int [f_1(x) + f_2(x) - f_3(x)] dx = \int f_1(x) dx + \int f_2(x) dx - \int f_3(x) dx$$

Пример 1 Найти неопределенный интеграл:

$$a) \int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + C;$$

$$б) \int x^6 dx = \frac{x^7}{7} + C;$$

$$в) \int 4x^3 dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + C = x^4 + C;$$

$$г) \int 6x^2 dx = 6 \cdot \frac{x^3}{3} + C = 2 \cdot x^3 + C;$$

$$д) \int (5x^2 + 4x) dx = \int 5x^2 dx + \int 4x dx = 5 \cdot \frac{x^3}{3} + 4x^2 + C;$$

$$е) \int (5\sin x - 10) dx = \int 5\sin x dx - \int 10 dx = -5\cos x - 10x + C$$

Пример 2 Найти неопределенный интеграл:

$$a) \int \left(2e^x - \frac{1}{x} \right) dx = 2e^x - \ln|x| + C;$$

$$б) \int \left(\frac{5}{x} - 6\cos x + 13 \right) dx = 5\ln|x| - 6\sin x + 13x + C;$$

Примеры для самостоятельного решения

$$1. \int (x^3 + x^2) dx$$

$$2. \int (5x^2 - 2x^{-2}) dx$$

$$3. \int (\sin x - \cos x) dx$$

$$4. \int (5x^3 - 2x^2 + 3x - 8) dx$$

$$5. \int (6x^3 - 3x^2 + 2x - 5) dx$$

$$6. \int x^3(1 + 5x) dx$$

$$7. \int (x - 2)^2 dx$$

$$8. \int (7x^6 + 5^x + 4e^x) dx$$

$$9. \int (x^3 + 2^x + 3\sin x - 3\cos x) dx$$

$$10. \int \left(\frac{2}{x} + 8e^x + 5x - x^{-3} \right) dx$$

Указание: в примере 6 сначала раскрыть скобки!

ТЕСТ на тему « Неопределенный интеграл »

1) Найти неопределенный интеграл: $\int x^8 dx$

A) $8x^7 + C$

D) $\frac{x^8}{9} + C$

B) $8x^9 + C$

E) $\frac{8x^9}{9} + C$

C) $\frac{x^9}{9} + C$

2) Продолжите предложение:

Постоянный множитель подынтегрального выражения можно...

A) не учитывать

B) выносить за знак интеграла

C) считать равным нулю

D) выносить за знак интеграла, но не во всех случаях

Е) выносить за знак дифференциала

3) Найти неопределенный интеграл: $\int(x^2 + x - 1)dx$

A) $2x + 1 + C$

D) $3x^3 + 2x^2 - x + C$

B) $\frac{2x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - 1 + C$

E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - x + C$

C) $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} + C$

4) Найти неопределенный интеграл : $\int(\sin x - 3\cos x)dx$

A) $\cos x - 3\sin x + C$

D) $\cos x + 3\sin x + C$

B) $-\cos x + 3\sin x + C$

E) $-\cos x - 3\sin x - C$

C) $-\cos x - 3\sin x + C$

5) Найти неопределенный интеграл: $\int(\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x})dx$

A) $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$

D) $\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x + C$

B) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + C$

E) $\operatorname{tg}^2 x - \operatorname{ctg}^2 x + C$

C) $\operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x + C$

6) Укажите соответствия между неопределенным интегралом и его значением:

1. $\int x^{14} dx$

A) $\frac{x^{14}}{14} + 2x + C$

2. $\int(x^{13} + 2)dx$

B) $e^x + C$

3. $\int(x^{15} + 10x)dx$

C) $\frac{x^{15}}{15} + C$

4. $\int x^{13} dx$

D) $\frac{x^{16}}{16} + 5x^2 + C$

5. $\int e^x dx$

E) $\frac{x^{14}}{14} + C$

7) Найдите общий вид первообразной для функции $f(x) = -5$

A) $-5x + C$

D) $5x + C$

B) $-5x$

E) 0

C) $-5+C$

8) Функция $F(x)$ называется первообразной для функции $f(x)$, если для любого x выполняется равенство:

A) $F'(x) = f'(x)$

B) $F'(x) = f(x)$

C) $F(x) = f'(x)$

D) $F'(x) = -f(x)$

E) $F'(x) = 0$

9) Какой интеграл вычислен верно?

A) $\int \frac{dx}{x^4} = \frac{x^{-3}}{-3} + C$

B) $\int \frac{dx}{x} = -\ln|x| + C$

C) $\int \frac{3dx}{\sin^2 x} = 3\operatorname{ctg}x + C$

D) $\int (e^x + \cos x)dx = e^x - \sin x + C$

E) $\int x^{14}dx = 14x^3 + C$

10) Выберите верную формулу: $\int x^a dx =$

A) $\ln|x| + C$

C) $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$

B) $\operatorname{arctg}x + C$

D) $ax^{a-1} + C$

E) $x + C$

Примечание:

Записать конспект лекции. Задачи для самостоятельного решения, ответы на тест сдать в электронном формате (фото) до **21.00 07.04.2020** прикрепив файл в программном обеспечении «Дистанция».

В крайнем случае отправить на почту evgenia_evstigneeva@mail.ru